Bohmsche Mechanik

Ilja Schmelzer

10. April 2001

Inhaltsverzeichnis

1 Definition

Die Bohmsche Mechanik ist eine klassische, realistische, deterministische Theorie. Sie macht unter einer speziellen aber natürlichen Annahme – dem sogenannten „Quantengleichgewicht“– dieselben Voraussagen wie die Quantentheorie.

Sie ist damit ein explizites Gegenbeispiel gegen die Behauptung, es gäbe keine deterministischen Theorien mit versteckten Variablen. Ein Vergleich dieser Theorie mit verschiedenen

Theoremen, die diese Unmöglichkeit zu beweisen suchen, zeigt, daß die Voraussetzungen für die Anwendung dieser Theoreme (Einstein-Kausalität, Kontextunabhängigkeit) nicht gegeben sind.

Die Theorie ist vom mathematischen Standpunkt aus extrem einfach. Betrachten wir zuerst den Fall der der klassischen Mehrteilchen-Schrödingertheorie entsprechenden Variante der Bohmschen Theorie. In ihr wird die Realität beschrieben durch die Wellenfunktion $\psi(q,t)$ (wobei $q = (q_1, \ldots, q_N)$ im klassischen Konfigurationsraum $\mathbb{R}^{3N}$ variiert) *und* einer Konfiguration $Q = (Q_1, \ldots, Q_N) \in \mathbb{R}^{3N}$ aus diesem Raum. Für die Wellenfunktion selbst gilt genau wie in der Quantenmechanik die Schrödingergleichung

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi.$$

Die Evolution der Konfiguration Q wird durch die Leitgleichung (guiding equation)

$$\frac{dQ_k}{dt} = \frac{\hbar}{m_k}\frac{\mathrm{Im}(\psi^*\nabla_k\psi)}{\psi^*\psi}(Q_1, \ldots, Q_N, t)$$

mit $\nabla_k = \partial/\partial q_k$ definiert. Hierbei ist H der gewöhnliche Schrödinger-Operator in der Form

$$H = -\sum_{k=1}^{N}\frac{\hbar^2}{2m_k}\nabla_k^2 + V.$$

Dies ist (im Fall von N nichtrelativistischen Teilchen) bereits die vollständige Definition der Theorie. Es brauchen keinerlei weitere Axiome für Observable oder für Auswirkungen von Messungen (Kollaps oder ähnliches) angenommen zu werden.

1.1 Äquivalenz zur Quantenmechanik

Um die Äquivalenz der Voraussagen zu denen der Quantenmechanik zu zeigen, braucht man einmal die Annahme, daß das Ergebnis jeder Messung irgendwie in Koordinaten formuliert werden kann (als Position eines Zeigers eines Meßgeräts, oder auch von Tusche auf Papier einer Arbeit, oder auch Positionen von Molekülen in Gehirnzellen). Dies scheint eine natürliche, vor allem aber durchaus klassische Vorstellung. Weiterhin braucht man eine Annahme über die Anfangsbedingungen — das sogenannte Quantengleichgewicht.

Wenn wir annehmen, daß wir als Anfangsbedingung eine statistische Konfiguration $\rho(q,0)$ mit der Eigenschaft $\rho(q,0) = |\psi(q,0)|^2$ gegeben haben, dann wird aus der quantenmechanischen Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial|\psi(q,t)|^2}{\partial t} + \mathrm{div}J^\psi(q,t) = 0\ ,$$

wobei $J^\psi = (J_1^\psi, \ldots, J_N^\psi)$ mit

$$J_k^\psi = \frac{\hbar}{m_k}\mathrm{Im}(\psi^*\nabla_k\psi)$$

den quantenmechanischen Wahrscheinlichkeitsfluß definiert (einer Gleichung, die eine einfache Folge der Schrödingergleichung ist), einfach die klassische Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,\rho v = 0$$

für das System $dQ/dt = v$, welches durch die obige Leitgleichung definiert wird. Daraus folgt, daß, wenn die Eigenschaft $\rho(q,t_0) = |\psi(q,t_0)|^2$ zu einem Zeitpunkt t_0 erfüllt ist, dann für jeden anderen Zeitpunkt t genauso $\rho(q,t) = |\psi(q,t)|^2$ gilt. Dieser Zustand heißt Quantengleichgewicht.

Die Frage, warum man annehmen kann, daß wir uns im Zustand des Quantengleichgewichts befinden, ist etwas komplizierter. Wichtig ist jedoch, daß wir diese Frage ruhig aufschieben können. Wir brauchen sie weder zur Definition der Theorie selbst, noch um experimentelle Voraussagen aus ihr herleiten zu können. Wir können das Quantengleichgewicht einfach als (zunächst unbegründete) Annahme über die Anfangsbedingungen einführen.

1.2 Die Quantenpotential-Formulierung der Bohmschen Mechanik

Ursprünglich wurde die Bohmsche Theorie in einer Weise formuliert, die ihrem Aussehen nach sehr viel näher an der klassischen Mechanik liegt als in der Formulierung, die wir hier gegeben haben – mit Hilfe der Darstellung der Wellenfunktion $\psi(x) = R(x)e^{iS(x)/\hbar}$. Die Schrödingergleichung erhält eine Form, in der sie sich nur durch ein zusätzliches „Quantenpotential“ U von der klassischen Hamilton-Jacobi Gleichung unterscheidet:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H(\nabla S, q) + U = 0.$$

. In diesem Formalismus wird die Leitgleichung zur Gleichung

$$\frac{dQ_k}{dt} = \frac{\nabla_k S}{m_k},$$

was dem üblichen klassischen Weg entspricht, eine Hamilton-Jacobi Gleichung mit Partikeltrajektorien zu verbinden. Diese Darstellung kann auch in der Quantenmechanik zur Betrachtung des Übergangs zur klassischen Mechanik verwendet werden. Sie hat somit für die Beziehung zwischen Quantenmechanik und Bohmscher Mechanik wenig Bedeutung.

2 Verallgemeinerungen

Um die Bohmsche Mechanik auf andere Quantentheorien als die für N nichtrelativistische Teilchen zu übertragen, müssen wir für diese Theorien Konfigurationsvariablen auswählen und für diese Variablen eine Leitgleichung finden. Diese Prozedur ist nicht eindeutig, andererseits ist es jedoch auch nicht schwer, eine Leitgleichung zu finden. Wir müssen nur die Größen J, ρ, wie wir sie aus der Quantenmechanik kennen, mit der klassischen Beziehung $J = \rho v$ vergleichen, um auf die Gleichung

$$\frac{dQ}{dt} = v = J/\rho$$

zu kommen. In diesem Sinn haben wir also folgendes zu tun, um für eine gegebene Quantentheorie eine entsprechende Bohmsche Theorie zu entwickeln:

- Wir brauchen eine Formulierung mit Hilfe einer Wellenfunktion auf einem wie auch immer verallgemeinerten Konfigurationsraum $\psi(q) \in L^2(Q)$, so daß die Wahrscheinlichkeit einer Konfiguration q durch die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi(q)|^2$ definiert wird.

- Wir müssen in dieser Formulierung eine Gleichung für den Wahrscheinlichkeitsfluß J^ψ herleiten.

- Dann definieren wir die entsprechende Bohmsche Theorie mit Hilfe der Gleichung

$$\frac{dQ}{dt} = v = J/\rho.$$

Die größte Freiheit liegt hierbei in der Auswahl der Konfigurationsvariablen. Im Prinzip könnte man mit jedem Satz von kommutierenden Variablen starten. Es muß nicht einmal ein maximaler Satz kommutierender Variabler sein.

Daß es im Prinzip mehrere Möglichkeiten gibt, Bohmsche Mechanik zu definieren, wird oft als Argument gegen diese Theorie verwendet. Es bedeutet jedoch lediglich die Existenz weiterer Theorien, die sich nicht durch Beobachtung voneinander unterscheiden lassen. Wieso dies ein Argument gegen die Theorie selbst sein sollte, ist unverständlich – als wenn sich die Natur darum Sorgen machen würde oder müßte, ob wir Menschen die wahre Theorie durch Beobachtung herausfinden könnten.

2.1 Spin

Der Spin kann eingeführt werden, ohne den Konfigurationsraum selbst zu ändern. Die Konfiguration wird also nach wie vor durch die N Koordinaten $(Q_1, \ldots, Q_N)$ beschrieben. Die Wellenfunktion wird hingegen zu einer Vektorfunktion mit verschiedenen Spinkomponenten, wie üblich. In dieser Variante ist der Spin keine Eigenschaft des Teilchens, sondern lediglich eine der Wellenfunktion.

Die Frage Fermionen/Bosonen ist ähnlich unproblematisch. Man fordert genau wie in der Quantentheorie eine entsprechende Symmetrieeigenschaft der Wellenfunktion, ohne deswegen irgendetwas an der Leitgleichung oder am Konfigurationsraum ändern zu müssen.

Daß beide Fragen oft als problematisch für die Bohmsche Mechanik behauptet werden, hat, soweit mir bekannt, lediglich historische Gründe in der Quantenpotential-Formulierung.

2.2 Relativistische Teilchen

Im relativistischen Bereich erfordert die Bohmsche Mechanik ein bevorzugtes Bezugssystem. Zur Beschreibung freier Dirac-Teilchen wurde von Bohm [7] die folgende Leitgleichung vorgeschlagen:

$$v_k = \frac{\psi^\dagger \alpha_k \psi}{\psi^\dagger \psi}$$

Bereits hier ist zu sehen daß der Ausdruck nicht Lorentz-invariant ist, sondern statt der γ^μ die dreidimensionalen α_k verwendet. Während die beobachtbaren Voraussagen im Quantengleichgewicht Lorentzinvariant sind, sind es die Trajektorien selbst nicht.

2.3 Bohmsche Feldtheorie

Zur Bohmisierung der Quantenfeldtheorie muß man von der Formulierung der Feldtheorie mit Hilfe des Wellenfunktionals ausgehen.

Da eine solche Formulierung (sowohl wegen ihrer Nicht-Lorentzinvarianz als auch aus eher technischen Gründen) selten gebraucht wird, sei sie kurz erklärt. In dieser Formulierung hat die Wellenfunktion Ψ keineswegs auch nur irgendetwas mit der Diracfunktion $\psi(x)$ oder anderen relativistischen Wellenfunktionen zu tun, sondern ist ein Funktional $\Psi(.)$ auf dem Raum der Feldkonfigurationen – also einem Funktionenraum. Anstelle der Position eines Teilchens $Q \in \mathbb{R}^3$

oder der N Positionen der N Teilchen $(Q_1, \ldots, Q_N) \in \mathbb{R}^{3N}$ haben wir es mit einem unendlichdimensionalen Konfigurationsraum $Q = (\psi^k(x), A^l_\nu(x), g_{\mu\nu}(x), \ldots) \in L^2(\mathbb{R}^{\cdots})$ (k, l durchläuft hier die Fermionen und Eichfelder des gerade aktuellen Standardmodells) zu tun.

Die Schrödinger-Gleichung wird hierbei zu einer Funktional-Gleichung für das Wellenfunktional $\Psi(\psi^k, A^l_\nu, g_{\mu\nu}, \ldots)$. Das Wellenfunktional $\Psi(\psi^k, A^l_\nu, g_{\mu\nu})$ hat durchaus eine ganz normale Wahrscheinlichkeitsinterpretation und auch einen Wahrscheinlichkeitsfluß J^Ψ, der auch ein Funktional ist. Man darf hierbei keinesfalls die Wahrscheinlichkeitsinterpretation für dieses Wellenfunktional mit einer (gar nicht existierenden) Wahrscheinlichkeitsinterpretation für die Funktionen $\psi^k, A^l_\nu, g_{\mu\nu}$ verwechseln!

Die Leitgleichung wird hingegen zu einem System von partiellen Differentialgleichungen (oder eher Pseudodifferentialgleichungen) die die Evolution einer Feldkonfiguration beschreiben. Genau wie im endlichdimensionalen Fall erhält man ein Geschwindigkeitsfunktional V^Ψ als $V^\Psi = J^\Psi / \Psi^* \Psi$:

$$\begin{aligned}
\partial_t \psi^k(x) &= \left(V^\Psi_{\psi^k}(\psi^k, A^l_\nu, g_{\mu\nu}) \right)(x) \\
\partial_t A^l_\nu(x) &= \left(V^\Psi_{A^l_\nu}(\psi^k, A^l_\nu, g_{\mu\nu}) \right)(x) \\
\partial_t g_{\mu\nu}(x) &= \left(V^\Psi_{g_{\mu\nu}}(\psi^k, A^l_\nu, g_{\mu\nu}) \right)(x)
\end{aligned}$$

Wie bereits im Falle freier Dirac-Teilchen hat auch die Bohmsche Feldtheorie ein bevorzugtes Bezugssystem, welches bereits in der Definition der Konfiguration und des Wellenfunktionals vorhanden ist.

Diese Nicht-Lorentz-Invarianz auf dem fundamentalen Level führt jedoch keineswegs dazu, daß die beobachtbaren Effekte im Quantengleichgewicht die Lorentz-Invarianz verletzen. Es geht also, wenn wir davon sprechen, daß die Bohmsche Theorie nicht Lorentz-invariant ist, nicht um Fragen der Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die ist in jedem Fall genauso gut wie in der besten gerade verfügbaren Quantenfeldtheorie, da sie einfach auf sie aufbaut und lediglich eine Zusatzgleichung – die Leitgleichung – zu definieren hat.

Die oft zu findende Behauptung, die Bohmsche Mechanik lasse sich nicht auf den relativistischen Fall verallgemeinern, ist hingegen falsch. Sie ist lediglich nicht Lorentz-invariant verallgemeinerbar und erfüllt somit nicht relativistische Schönheitskriterien. Dies ist eine wichtige Eigenschaft der Bohmschen Theorie, die wegen Bells Theorem mit Notwendigkeit daraus folgt, daß die Theorie realistisch und klassisch kausal ist aber die Bellsche Ungleichung verletzt.

3 Operatoren, effektive Wellenfunktionen, Dekohärenz

Außer der Wellenfunktion und der Schrödingergleichung, die sich bereits in der Definition der Bohmschen Mechanik finden, sind alle anderen Begriffe aus der Quantenmechanik abgeleitet.

Ein interessanter Punkt ist, daß von vornherein die Wellenfunktion Ψ die des ganzen Universums ist. Es gibt nicht, wie in der Quantentheorie, das Problem, wer denn der äußere Beobachter wäre, da man zur *Definition* der Theorie keinerlei Beobachter verwendet. Auch ergibt sich nicht das Problem, was eine Wahrscheinlichkeitsverteilung bedeutet. Die Wahrscheinlichkeit ist durch unsere Unkenntnis nicht schlechter motiviert als in der klassischen Thermodynamik. Das Universum selbst gibt es nur einmal, als wohlbestimmten Zustand Q.

Was in der klassischen Quantenmechanik sofort zu Problemen führt – nämlich zu Schrödingers Katze – ist völlig unproblematisch in der Bohmschen Theorie. Die Wellenfunktion ist zwar eine globale, welche somit irgendeine seltsame Superposition lebendiger und toter Katzen beschreibt. Die Katze selbst wird jedoch nicht durch ihre Wellenfunktion, sondern durch ihre Konfiguration Q beschrieben – und die ist keine Superposition, sondern hat wohlbestimmte Koordinaten für jedes ihrer Elementarteilchen zu jedem Zeitpunkt.

3.1 Die Herleitung des Quantengleichgewichts

Die Herleitung des Quantengleichgewichts in der zeitsymmetrischen Bohmschen Theorie hat daßelbe fundamentale Problem wie die Herleitung der Thermodynamik aus der zeitsymmetrischen klassischen Newtonschen Theorie oder auch der Quantenmechanik. Die Annäherung an einen Gleichgewichtszustand, verbunden mit der Erhöhung eines angemessen definierten Entropiebegriffs, steht in fundamentalem Widerspruch zur Zeitsymmetrie der Theorie, aus der dies eigentlich hergeleitet werden soll.

Dieser Widerspruch ist allerdings in keiner Weise schlimmer als in der klassischen Thermodynamik. Wenn jemand den Zustand der Begründung der Thermodynamik befriedigend findet, sollte er auch an der Herleitung des Quantengleichgewichts nicht viel auszusetzen haben.

Das Grundproblem der Herleitung des Gleichgewichts ist in beiden Theorien daß wegen der Zeitumkehrbarkeit der Gleichung keine Annäherung an ein Gleichgewicht möglich ist. Einen Ausweg ermöglicht in beiden Fällen eine Unterteilung des Gesamtsystems in zwei Teilsysteme, nämlich in das eigentliche System und den „Rest des Universums“. Dadurch daß wir den Rest des Universums ignorieren (oder auf andere Weise Näherungen verwenden), wird die Zeitsymmetrie gebrochen und in der so veränderten Näherungstheorie kann man eine Annäherung an ein Gleichgewicht beweisen.

Der mathematische Apparat, der bei dieser Herleitung verwendet wird, ist in der Quantenmechanik unter dem Namen „Dekohärenz“ bekannt. In diesem Zusammenhang sollte auf einen wichtigen Unterschied zwischen der Verwendung der Dekohärenz in modernen Begründungen der Quantenmechanik und der Bohmschen Mechanik hingewiesen werden. Dekohärenz ist in der Bohmschen Mechanik einfach nicht von fundamentaler Bedeutung. Die Theorie ist auch ohne jede Dekohärenz wohldefiniert. Wir verwenden die Dekohärenz also lediglich zur phänomenologischen Vereinfachung der Theorie.

In der modernen Begründung der Quantenmechanik [11] spielt die Dekohärenz hingegen eine fundamentale Rolle. Ohne Dekohärenz wären die Grundlagen einfach schlecht definiert. Dies scheint mir ein höchst problematischer Punkt zu sein – die Grenze zwischen einem Zustand, in dem Dekohärenz stattgefunden hat, und einem, in dem es nur eine schlechte Approximation ist, ist unklar, im Prinzip nicht existent. Damit ist die ganze Grundlage der Interpretation fraglich.

3.2 Was wird bei einer Impulsmessung gemessen?

Den Begriff der quantenmechanischen Messung können wir aus der Betrachtung des Gesamtsystems Meßgerät + Objekt ableiten. Wir erhalten ohne Problem das Resultat, daß Meßergebnisse statistisch durch positive Operatormaße beschrieben werden – eine Beschreibung welche schon länger als Verallgemeinerung der Beschreibung von Messungen durch Operatoren verwendet wird.

Ein interessanter Aspekt der Messung von Größen, die nicht die Koordinaten selbst sind, ist, daß ihr Ergebnis vom Gesamtsystem (Meßgerät Q_m und gemessenes Objekt Q_o) abhängt. Impuls, Spin usw. sind also in der Bohmschen Mechanik keine eindeutigen Eigenschaften der Objekte selbst. Sie werden zwar durch die Gesamtkonfiguration eindeutig, deterministisch, bestimmt, aber sie hängen eben nicht nur von der Wellenfunktion $\psi(q_m, q_o)$ und dem Zustand des gemessenen Objekts Q_o ab, sondern auch vom Zustand des Meßgeräts Q_m.

Die Messung ist insofern keine Messung einer Eigenschaft des Objektes, sondern Ergebnis einer Interaktion zwischen Meßgerät und Meßobjekt. Dies entspricht einigen philosophischen Äußerungen der Gründerväter der Quantenmechanik.

3.3 Seltsame Trajektorien?

Die Trajektorien, die man in der Bohmschen Mechanik erhält, entsprechen durchaus nicht immer quasiklassischen Vorstellungen. So ist z.B. das quasiklassische Bild des Atoms eines in dem die Elektronen auf Bahnen um den Atomkern kreisen. Hingegen sind die Bohmschen Trajektorien anders – alles bleibt an seinem Platz.

Interessante Unterschiede gibt es auch beim Doppelspaltexperiment. Quasiklassisch könnte man annehmen, daß die Teilchen im wesentlichen nach Impulserhaltung geradeaus fliegen. Die Bohmschen Teilchen verhalten sich hingegen anders: sie werden von der Interferenzzone reflektiert. Ging das Teilchen durch das obere Loch, bleibt es immer in der oberen Hälfte der Versuchsanordnung.

4 Theoreme über die Unmöglichkeit von Theorien mit versteckten Variablen

Obwohl man sich explizit anhand der Definition davon überzeugen kann, daß die Bohmsche Mechanik existiert, werden manchmal Theoreme, die die Unmöglichkeit von gewissen Klassen von Theorien mit versteckten Variablen beweisen, als Argumente gegen die Bohmsche Mechanik verwendet. Dies ist natürlich absurd. Allerdings ist es interessant, zu betrachten, welche Eigenschaften, die in diesen Theoremen vorausgesetzt werden, von der Bohmschen Mechanik nicht erfüllt werden.

Dies sind dann wichtige Argumente für die Bohmsche Mechanik – sie zeigen, daß man die Bohmsche Mechanik hinsichtlich dieser Eigenschaften nicht weiter verbessern kann.

Dies gilt wegen Bells Theorem für die Verletzung der Einstein-Kausalität und wegen des Kochen-Specker-Theorems für die Kontextabhängigkeit zumindest einiger der quantenmechanischen Observablen. Beide Eigenschaften der Bohmschen Mechanik hatten wir schon herausgestellt.

4.1 Die Verletzung der Bellschen Ungleichung

Besonders abstrus wird die Fehlinterpretation der Unmöglichkeitsbeweise bei dem wohl besten und stärksten Beispiel eines solchen Unmöglichkeitsbeweises – der Verletzung der Bellschen Ungleichung.

Jeder der Bells Buch „Speakable and Unspeakable in Quantum Theory“ in die Hand nimmt (etwas, was ich jedem an den Grundlagen der Quantenmechanik Interessierten nur empfehlen kann – Pflichtlektüre) wird erkennen daß Bell eine hohe Meinung von der Bohmschen Mechanik hat. Und seine Darlegung ist höchst klar: eine der wesentlichen Eigenschaften der Bohmschen Mechanik ist ihre Nichtlokalität. Ein Teilchen ist in der Lage, über die Wellenfunktion ein weit entferntes anderes Teilchen sofort zu beeinflussen. Sofort – aber kausal, deterministisch. Dies geht nicht ohne ein bevorzugtes Bezugssystem.

Ist dies nun eine spezielle, nicht sehr schöne Eigenschaft der Bohmschen Theorie, eine Eigenschaft die eine verbesserte Bohmsche Theorie evtl. nicht mehr haben würde? Lohnt es sich, nach einer Einstein-lokalen, Lorentz-invarianten Variante der Bohmschen Theorie zu suchen? Diese Frage beantwortet das Bellsche Theorem hervorragend. Jede Theorie, die einerseits kausal-realistisch ist (in einem wohldefinierten Sinn) und in der die Einstein-Kausalität gilt, gilt auch die Bellsche Ungleichung. Deren Verletzung beweist, daß in jeder Theorie, die kausal und realistisch ist, wie die Bohmsche Theorie, die Einstein-Kausalität nicht gelten kann.

Hierbei darf man allerdings nicht zwei verschiedene Begriffe von Einstein-Kausalität verwechseln. Einerseits die *realistische Einstein-Kausalität* – hier sind die realen Abhängigkeiten Einstein-kausal. Andererseits die *phänomenologische Einstein-Kausalität*, in der lediglich wichtig ist, ob ein Beobachter beobachtbare Effekte zur Informationsübertragung schneller als Licht verwenden kann. In diesem zweiten, schwächeren Sinn ist auch die Bohmsche Mechanik Einstein-kausal.

4.2 Das Kochen-Specker Theorem

Ein anderes bekanntes Unmöglichkeitstheorem von Kochen und Specker [10] verlangt die Kontextunabhängigkeit der quantenmechanischen Observablen. In der Bohmschen Mechanik sind allerdings nur die Koordinaten der Teilchen kontextunabhängig. Alle anderen Messungen (Impuls, Energie, Spin) sind hingegen kontextabhängig – die „Meßergebnisse“hängen auch vom Zustand des „Meßgerätes“ab, und sind in diesem Sinn gar keine Messungen, sondern Ergebnisse von Wechselwirkungen.

5 Generelle Diskussion versteckter Variabler

Man kann in der heutigen fundamentalen Physik auf verschiedenen Gebieten ein und dieselbe prinzipielle Alternative erkennen – auf der einen Seite Theorien, die sich auf beobachtbare Phänomene konzentrieren und den Symmetrien dieser beobachtbaren Phänomene eine zentrale Rolle einräumen. Auf der anderen Seite klassisch-realistische Theorien, die ein realistisches Modell für die beobachtbaren Phänomene vorschlagen. Diese Modelle besitzen allerdings eine geringere Symmetrie. Nicht alle Eigenschaften des Modells können somit durch Beobachtung überprüft werden. Insbesondere gibt es Zustände, die in diesen Theorien als verschieden angesehen werden, jedoch nicht durch Beobachtung unterscheidbar sind.

Dies wird (vereinfacht und ungenau) damit ausgedrückt, daß solche Theorien als “Theorien mit versteckten Variablen” bezeichnet werden. Beispiele sind:

- Die Bohmsche Mechanik im Vergleich zur Quantenmechanik;
- Die Lorentzsche Äthertheorie im Vergleich zur Speziellen Relativitätstheorie (SRT);
- Die Theorie von Feynman & Deser eines Spin 2 Teilchens auf Minkowski-Hintergrund im Vergleich zur Allgemeinen Relativitätstheorie (ART);
- Theorien, die Eichpotentiale als real betrachten und eine Eichbedingung als “real” vorziehen, im Vergleich zu Eichtheorien in denen das Eichpotential nur als mathematische Größe betrachtet wird.

Allen diesen Theorien ist gemeinsam, daß sie vom heutigen Mainstream abgelehnt werden und nur von wenigen Außenseitern entwickelt werden. Genauso gemeinsam ist auch die dabei verwendete metaphysische Argumentation.

Besonders interessant ist hierbei, daß sich die jeweiligen Theorien einer Gruppe auch untereinander stützen. Insbesondere verlangt die Bohmsche Theorie ein bevorzugtes Bezugssystem. Auch die vielfältigen Verbindungen zwischen Eichsymmetrie und Lorentz-Symmetrie suggerieren sowohl eine Beziehung der entsprechenden relativistischen Theorien als auch ihrer realistischen Alternativen.

Dies suggeriert, die Argumentation für und wider versteckte Variablen allgemein zu führen.

5.1 Für und wider den Realismus

Diskussionen über die Bohmsche Mechanik vs. Quantentheorie laufen oft auf eine Methodologie-Diskussion hinaus. Die Frage ist, inwieweit nicht direkt meßbare Bestandteile realistischer Theorien legitimer Teil der Wissenschaft sind. Diese Fragen sind eher Bestandteil der Wissenschaftsphilosophie als der Wissenschaft selbst.

Die in diesem Zusammenhang vorgebrachten Argumente können kaum adäquat eingeschätzt werden ohne Bezugnahme auf die Ergebnisse der Wissenschaftsphilosophie, insbesondere des Scheiterns des klassischen positivistischen Programms und des Übergangs zum Falsifikationismus Poppers [14].

Für die Diskussion der Bohmschen Mechanik sind dabei folgende Punkte aus der Methodologie wichtig:

- Metaphysische, nicht direkt experimentell überprüfbare Thesen sind legitime Bestandteile physikalischer Theorien. Nicht einzelne Thesen müssen experimentell falsifizierbar sein, sondern lediglich die Theorie in ihrer Gesamtheit.

- Genauso werden nach Poppers Kriterium des empirischen Gehalts nicht die experimentellen Voraussagen einzelner Teile, sondern die experimentellen Voraussagen der Theorie in ihrer Gesamtheit bewertet.

Demzufolge ist eine pauschale Kritik an Theorien mit versteckten Variablen dafür, daß diese Variablen nicht direkt meßbar sind, ungerechtfertigt.

Oft geht es beim Streit um den Realismusbegriff als solchem. Hier ist wichtig, daß es sich dabei um einen wohldefinierten wissenschaftlichen Realismusbegriff handelt, und nicht um einen diffusen philosophischen Begriff über die Existenz von irgendwas draußen. Klassischer Realismus ist eine wohldefinierte Eigenschaft von Theorien, streng genug definiert um damit Theoreme wie die Bellsche Ungleichung zu beweisen.

Die Bohmsche Mechanik entspricht diesen Anforderungen des klassischen Realismus. Dies macht die Bohmsche Mechanik zu einem wichtigen Argument in Auseinandersetzungen um den klassischen Realismus. Sie zeigt, daß die Ablehnung des klassischen Realismus im Bereich der Quantenmechanik nicht mit empirischen Argumenten begründet werden kann, sondern eine rein metaphysische Entscheidung ist.

5.2 Für und wider ein bevorzugtes Bezugssystem

Da die Bohmsche Theorie im relativistischen Bereich ein bevorzugtes Bezugssystem erfordert, ist sie relevant in Diskussionen für und wieder die Einführung eines bevorzugten Bezugssystems. Für viele Anhänger der Relativitätstheorie ist dies ein entscheidendes Argument gegen die Bohmsche Mechanik. Betrachten wir die Frage inwieweit die Einführung einer bevorzugten Zeit mit dem Experiment kompatibel ist.

Im Bereich der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) ist die Einführung eines bevorzugten Bezugssystems problemlos. Sie bedeutet eine Rückkehr zur Lorentzschen Äthertheorie, einer Theorie, die (mit Ausnahme der Situation mit der Bellschen Ungleichung) dieselben Voraussagen macht wie die spezielle Relativitätstheorie.

Im Bereich der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) gibt es gleichfalls Alternativen, in denen es einen Hintergrund als versteckte Variable gibt. So betrachten Feynman und Deser masselose Spin 2 Teilchen auf dem Hintergrund einer Minkowski-Metrik und erhalten für dieses Teilchen die Feldgleichungen der ART. Den in dieser Theorie vorhandenen versteckten Minkowski-Hintergrund kann man wie in der SRT problemlos mit einem bevorzugten Bezugssystem verbinden.

Empirisch spricht somit nichts gegen die Einführung eines bevorzugten Bezugssystems. Vom Standpunkt des empirischen Gehalts kann man Theorien mit flachem Hintergrund und bevorzugter Zeit der ART sogar vorziehen, da sie z.B. durch Beobachtung nichttrivialer Topologien (Wurmlöcher) oder ohne globale Zeitkoordinate (z.B. mit kausalen Schleifen) falsifiziert werden kann, während die ART Lösungen mit nichttrivialer Topologie und kausalen Schleifen besitzt.

Die Bevorzugung von Theorien ohne bevorzugtes Bezugssystem beruht nicht auf empirischen Fakten, sondern auf einer rein metaphysisch begründeten Präferenz. Diese Präferenz beruht auf derselben Argumentation gegen versteckte Variable wie wir sie in der Diskussion zwischen nichtrelativistischer Bohmscher Mechanik und Quantenmechanik finden, und kann somit mit denselben Argumenten abgelehnt werden. Sie liefert somit kein unabhängiges Argument gegen die Bohmsche Mechanik.

5.3 Die Symmetrie zwischen Position und Impuls

In der klassischen Quantenmechanik besteht, wenn auch nur partiell, noch eine weitere Symmetrie - die zwischen Position Q und Impuls P. Zwar ist diese Symmetrie nicht vollständig, der Schrödinger-Operator besitzt sie nicht, aber wenn man von der konkreten Form des Schrödingeroperators absieht und ihn als Operator H(P,Q) schreibt, ist der Formalismus der Quantentheorie völlig symmetrisch bezüglich der Operatoren P und Q.

Diese fundamentale Symmetrie wird in der Bohmschen Theorie gebrochen. Die Position spielt fundamental eine ganz andere Rolle als der Impuls. Bei der Positionsmessung wird die wirkliche Position eines Teilchens gemessen. Hingegen ist das Ergebnis einer "Impulsmessung" etwas ganz anderes - es ist das Resultat einer komplexen Interaktion zwischen Meßobjekt und Meßgerät, welches vom Zustand beider abhängt.

Auch hier ist das Argument gegen die Bohmsche Mechanik von derselben Art: die realistische Beschreibung bricht die Symmetrie, die die relativistische Theorie als fundamental ansieht. Unabhängig davon, ob wir solche Symmetrieargumente prinzipiell für stichhaltig oder gar entscheidend halten, bringt es uns in unserem Fall nichts neues mehr.

6 Sonstiges

6.1 Die Trajektorien helfen uns nicht, die Quantenmechanik zu verstehen.

Eine interessante These ist, daß die Trajektorien, wie sie die Bohmsche Theorie vorschlägt, uns nicht helfen, die Quantentheorie besser zu verstehen, im Sinne eines besseren Verständnisses vieler interessanter Quanteneffekte. Genannt werden hier oft Feynman-Diagramme, aber auch sinnvolle Anwendungen anderer Darstellungen der Wellenfunktion als der Koordinatendarstellung $\psi(q,t)$, also z.B. der Darstellung der Wellenfunktion im Impulsraum.

In der Tat dürfte eine Berechnung Bohmscher Trajektorien für das Verständnis der Funktionsweise eines Lasers kaum etwas bringen. Ist dies allerding auch ein Argument gegen die Theorie selbst?

Hierzu ist zu sagen, daß die Berechnung eines Lasers kaum das Ziel der Bohmschen Mechanik ist. Sie soll gar nicht helfen, Supraleitung oder andere komplexe Quanteneffekte zu berechnen. Niemand schlägt vor, auf den Apparat der Feynman-Diagramme zu verzichten nur weil das fundamentale Objekt in einer Bohmschen Feldtheorie nicht die Teilchen sondern eine Feldkonfiguration ist.

Hauptanwendungsgebiet der Bohmschen Mechanik ist die Diskussion der fundamentalen Fragen — der Fragen, die in der Quantenmechanik so unverständlich und frustrierend sind. Im Vergleich zwischen dem Chaos und dem konfusen Gerede, wenn es um die Grundlagen der Quantenmechanik geht, einerseits und den konzeptionell extrem einfachen und vor allem klaren und eindeutig formulierten Grundlagen der Bohmschen Theorie andererseits liegt die Stärke der Bohmschen Theorie.

Die Trajektorien selbst interessieren eigentlich kaum jemanden — genausowenig, wie wir uns für die Trajektorien der Atome in der Thermodynamik oder bei der Betrachtung einer Strömung interessieren. Manchmal mögen Atommodelle uns helfen, eine gewisse Intuition zu entwickeln – aber explizit berechnen wird und will sie keiner, und genausowenig sinnvoll dürfte es sein, die Bohmschen Trajektorien zu berechnen.

7 Zusammenfassung

Die Bohmsche Theorie ist eine Theorie, die dieselben experimentellen Voraussagen macht wie die Quantenmechanik, andererseits jedoch eine konzeptionell einfache, klassische, realistische und sogar deterministische Theorie ist.

Ihr mathematischer Apparat ist extrem einfach und hängt nicht von den Details der konkreten Quantentheorie ab. Er besteht aus der Schrödingergleichung der jeweiligen Quantentheorie selbst und einer Leitgleichung, die man auf einfache Weise aus der Gleichung für den Wahrscheinlichkeitsfluß der jeweiligen Quantentheorie erhalten kann.

Ihr Hauptverdienst ist es, daß sie ein explizites Beispiel für die Existenz einer klassisch-realistischen, deterministischen Theorie ist und damit Thesen von der Unmöglichkeit solcher Theorien ad absurdum führt. Damit ist erwiesen, daß die Ablehnung des klassischen Determinismus und Realismus eine metaphysische Entscheidung ist und keinerlei Notwendigkeit.

Das Hauptargument gegen die Bohmsche Mechanik ist, daß ihre fundamentale Symmetriegruppe eine ganz andere ist als die beobachtete. Dies ist, wohlgemerkt, kein Argument welches die Nichtübereinstimmung mit dem Experiment betrifft – diese Übereinstimmung ist gegeben. Es ist ein rein metaphysisches, methodologisches Argument – das Argument, daß wir eine Theorie mit größerer Symmetrie vorziehen sollten. Nur wegen einer größeren Symmetrie jedoch auf viel fundamentalere Prinzipien, insbesondere den klassischen Realismus, zu verzichten, scheint kaum angemessen.

Hier besteht ein Konflikt zwischen verschiedenen methodologischen Prinzipien – einerseits klassischer Realismus und Determinismus, andererseits relativistische Symmetrieargumentation. Dieser Konflikt ist, wie die Verletzung der Bellschen Ungleichung zeigt, unvermeidlich: eine Theorie kann nicht gleichzeitig klassisch-realistisch und Einstein-kausal sein und mit dem Experiment übereinstimmen. Die Bohmsche Theorie zeigt jedoch, daß es eine einfache klassisch-realistische Alternative gibt.

Literatur

[1] Arbeitsgruppe Bohmsche Mechanik der Uni München, *www.mathematik.uni-muenchen.de/˜bohmmech/BohmHome/bmstart.htm*

[2] Y. Aharonov, L. Vaidman, About position measurements which do not show the Bohmian particle position, quant-ph/9511005

[3] J.S. Bell, Speakable and unspeakable in quantum mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 1987

[4] J.S. Bell, On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, Physics 1, 195-200, 1964, also in [3], 14-21

[5] J.S. Bell, in Davies, P.C.W. and Brown,J.R., eds., The Ghost in the Atom, Cambridge: Cambridge University Press 1986

[6] K. Berndl, D. Dürr, S. Goldstein, N. Zanghi, EPR-Bell nonlocality, Lorentz invariance and Bohmian quantum theory, quant-ph/9510027, 1995

[7] D. Bohm, A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables, Phys. Rev. 85, 166-193, 1952

[8] D. Bohm, B.J. Hiley, The undivided universe: an ontological interpretation of quantum theory, Routledge, London 1993

[9] N. Bohr, Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Phys.Rev. 48 p. 696, 1935

[10] S. Kochen, E. Specker (1967): The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, Journal of Mathematics and Mechanics 17, 59-87, 1967

[11] Omnes, A new interpretation of quantum mechanics and its consequences in epistemology, Found. of Physics 25,4, 605-629, 1995

[12] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?, Phys. Rev. 47, 777-780, 1935

[13] S. Goldstein, Quantum philosophy: The Flight from Science and Reason, quant-ph/9601007

[14] K.R. Popper, Conjectures and Refutations, Routledge & Kegan Paul, London, 1963

[15] K.R. Popper, Logic of scientific discovery, Routledge, London, 1959